৯ম - ১০ম শ্রেণি

সাধারণ গণিত

আলোচ্য বিষয়

অধ্যায় ০১ – বাস্তব সংখ্যা

ব্যবহারবিধি

এক নজরে...

দেখে নাও এই অধ্যায়টি কতটা গুরুত্বপূর্ণ এবং কোথায় কোথায় প্রশ্ন এসেছে।

কুইক টিপস

সহজে মনে রাখার এবং দ্রুত ক্যালকুলেশন করতে সহায়ক হবে।

বহুনির্বাচনী (MCQ)

বিগত বছর গুলোতে বোর্ড, স্কুল, কলেজ এবং বিশ্ববিদ্যালয়ে আসা বহুনির্বাচনী দেখে নাও উত্তরসহ।

সৃজনশীল (CQ)

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সৃজনশীল দেখে নাও উত্তরসহ।

প্র্যাকটিস

পরীক্ষায় আসার মতো গুরুত্বপূর্ণ সমস্যাগুলো প্র্যাকটিস করে নিজেকে যাচাই করে নাও।

উত্তরমালা

প্র্যাকটিস সমস্যাগুলোর উত্তরগুলো মিলিয়ে নাও।

উদাহরণ

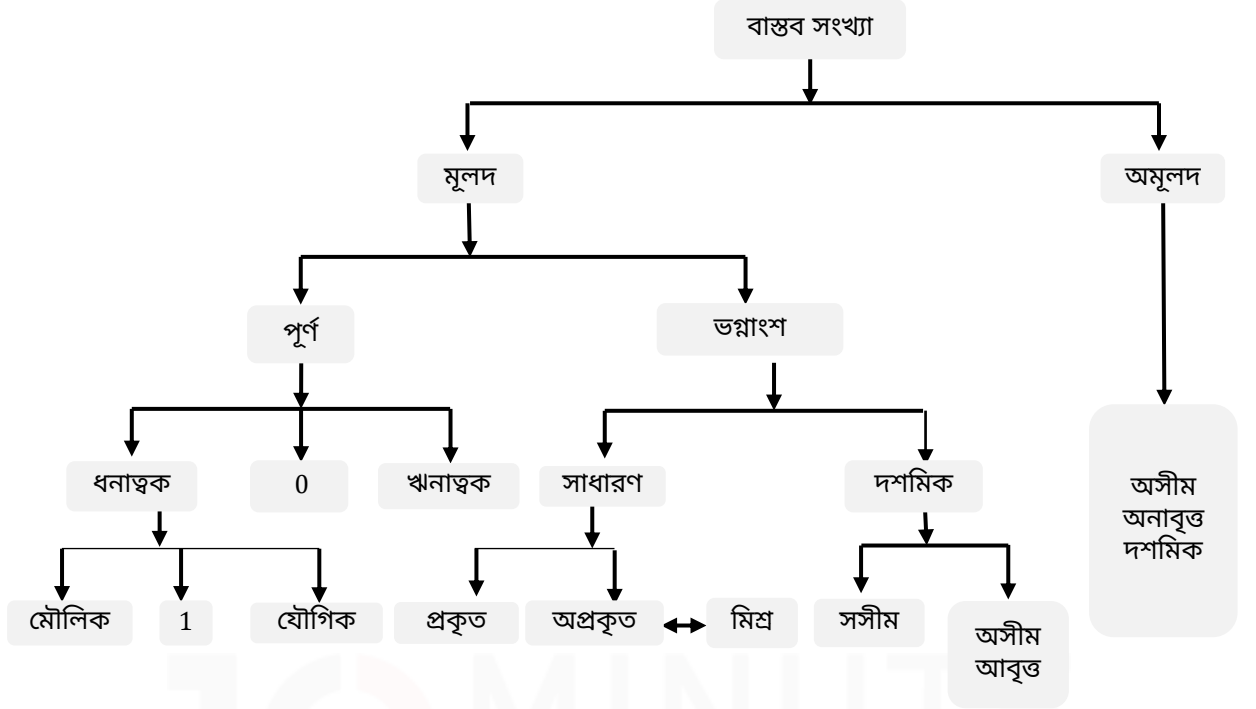
বইয়ের গুরুত্বপূর্ণ উদাহরণসমূহ।

সূত্রের আলোচনা

সূত্রের ব্যাপারে বিস্তারিত জেনে নাও।

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

সম্পূর্ণ অধ্যায়ের সুসজ্জিত আলোচনা।

এক নজরে...

পূর্ণ বর্গ সংখ্যা: স্বাভাবিক সংখ্যাকে বর্গ করলে পূর্ণবর্গ সংখ্যা পাওয়া যায়। $1^2 = 1, 2^2 = 4, 3^2 = 9, 4^4 = 16$ ... ইত্যাদি। আমরা সাধারণত দুই ধরনের সংখ্যাকে অমূলদ হিসেবে চিহ্নিত করি।

i. অসীম অনাবৃত্ত দশমিক সংখ্যা এবং

ii. পূর্ণবর্গ নয় এমন সংখ্যার বর্গমূল যথা √3, 13, 15 .... ইত্যাদি।

তাছাড়াও বহুল ব্যবহৃত চিহ্ন e = 2.718281... এবং n = 3.14159... অমূলদ সংখ্যা।

প্রশ্ন ২। প্রমাণ কর যে, $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান: ধরি, $\sqrt{3}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

তাহলে এমন দুইটি পরস্পর সহমৌলিক স্বাভাবিক সংখ্যা $p, q > 1$ থাকবে যে, $\sqrt{3} = \frac{p}{q}$।

বা, $3 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

অর্থাৎ $3q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকেq দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত, $3q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং q > 1।

∴ $3q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $3q \neq \frac{p^2}{q}$

∴ $\sqrt{3}$ কে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যাবে না, , অর্থাৎ $\sqrt{3} \neq \frac{p}{q}$

∴ $\sqrt{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

প্রশ্ন ৩। $0.\dot{4}\dot{1}$, $3.04\dot{6}2\dot{3}$, $0.0\dot{1}\dot{2}$ এবং $3.312\dot{4}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে রূপান্তর কর।

সমাধান:

$\Longrightarrow$ $0.\dot{4}\dot{1} = \frac{41-0}{99} = \frac{41}{99}$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \frac{41}{99}$.

$\Longrightarrow$ $3.04\dot{6}2\dot{3} = \frac{304623-304}{99900} = \frac{304319}{99900}$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \frac{304319}{99900}$.

$\Longrightarrow$ $0.0\dot{1}\dot{2} = \frac{12-0}{990} = \frac{12}{990} = \frac{2}{165}$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= \frac{2}{165}$

$\Longrightarrow$ $3.312\dot{4} = \frac{33124-331}{9900}$

$= \frac{32793}{9900} = \frac{10931}{3300} = \frac{3\times3300+1031}{3300} = 3\frac{1031}{3300}$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= 3\frac{1031}{3300}$

প্রশ্ন ৪। $0.2\dot{8}$ কে $42.\dot{1}\dot{8}$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান:

$0.2\dot{8} = \frac{28-2}{90} = \frac{26}{90} = \frac{13}{45}$

$42.\dot{1}\dot{8} = \frac{4218-42}{99} = \frac{4176}{99} = \frac{464}{11}$.

$\therefore 0.2\dot{8} \times 42.\dot{1}\dot{8} = \frac{13}{45} \times \frac{464}{11} = \frac{6032}{495} = 12.1\dot{8}\dot{5}$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= 12.1\dot{8}\dot{5}$

প্রশ্ন ৫। $2.5 \times 4.3\dot{5} \times 1.2\dot{3}\dot{4}$ কত ?

সমাধান: $2.5 = \frac{25}{10} = \frac{5}{2}$

$4.3\dot{5} = \frac{435-43}{90} = \frac{392}{90}$

$1.2\dot{3}\dot{4} = \frac{1234-12}{990} = \frac{1222}{990} = \frac{611}{495}$

$\therefore 2.5 \times 4.3\dot{5} \times 1.2\dot{3}\dot{4} = \frac{5}{2} \times \frac{392}{90} \times \frac{611}{495} = \frac{119756}{8910} = 13.440628 \ldots$

∴ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= 13.440628 \ldots$

প্রশ্ন ৬। $7.\dot{3}\dot{2}$ কে $0.2\dot{7}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান: $7.\dot{3}\dot{2} = \frac{732-7}{99} = \frac{725}{99}$

$0.2\dot{7} = \frac{27-2}{90} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$

$\therefore 7.\dot{3}\dot{2} \div 0.2\dot{7} = \dfrac{725}{99} \div \dfrac{5}{18} = \dfrac{725}{99} \times \dfrac{18}{5} = \dfrac{290}{11} = 26.\dot{3}\dot{6}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= 26.\dot{3}\dot{6}$

প্রশ্ন ৭। $2.\dot{2}718\dot{}$ কে $1.9\dot{1}\dot{2}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান: $2.\dot{2}71\dot{8} = \frac{22718-2}{9999} = \frac{22716}{9999}$

$1.9\dot{1}\dot{2} = \frac{1912-19}{990} = \frac{1893}{990}$

$9.45 = \dfrac{945}{100}$

$2.8\dot{6}\dot{3} = \dfrac{2863-28}{990} = \dfrac{2835}{990}$

$\therefore 2.\dot{2}71\dot{8} \div 1.9\dot{2} = \dfrac{22716}{9999} \div \dfrac{1893}{990} = \dfrac{22716}{9999} \times \dfrac{990}{1893} = \dfrac{120}{101} = 1.\dot{1}88\dot{1}$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= 1.\dot{1}88\dot{1}$

প্রশ্ন ৮। 9.45 কে $2.8\dot{6}\dot{3}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান: $9.45 = \frac{945}{100}$

$2.8\dot{6}\dot{3} = \frac{2863-28}{990} = \frac{2835}{990}$

$\therefore 9.45 \div 2.8\dot{6}\dot{3} = \dfrac{945}{100} \div \dfrac{2835}{990} = \dfrac{945}{100} \times \dfrac{990}{2835} = \dfrac{189 \times 99}{2 \times 2835} = \dfrac{33}{10} = 3.3$

$\therefore$ নির্ণেয় ভগ্নাংশ $= 3.3$

প্রশ্ন ৯। ক) 0.31 এবং 0.12 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

খ) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ এবং $\sqrt{2}$ এর মধ্যে একটি মূলদ এবং একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

প্রশ্ন ১০। ক) প্রমাণ কর যে, যে কোন বিজোড় পূর্ণসংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।

খ) প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 (আট) দ্বারা বিভাজ্য।

প্রশ্ন ১। বাস্তব সংখ্যার শ্রেণিবিন্যাসে $\frac{3}{4}, 5, -7, \sqrt{13}, 0, 1, \frac{9}{7}, 12, 2\frac{4}{5}, 1.1234, 0.323$ সংখ্যাগুলোর অবস্থান দেখাও।

সমাধান: নিম্নে প্রদত্ত সংখ্যাগুলোর শ্রেণিবিন্যাসে দেখানো হলো;

বাস্তব

মূলদ সংখ্যা
$\frac{3}{4}, 5, -7, 0, 1, \frac{9}{7}, 12, 2\frac{4}{5}, 1.1234, 0.3\dot{2}\dot{3}$

মূলদ সংখ্যা
$\sqrt{13}$

অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ
$\sqrt{13} = 1.73205$

পূর্ণ সংখ্যা
$5, -7, 0, 1, 12$

ভগ্নাংশ সংখ্যা
$\frac{3}{4}, \frac{9}{7}, 2\frac{4}{5}, 1.1234, 0.3\dot{2}\dot{3}$

ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা
$5, 1, 12$

শূন্য
0

ঋনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা
-7

সাধারণ ভগ্নাংশ সংখ্যা
$\frac{3}{4}, \frac{9}{7}, 2\frac{4}{5}$

দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা
$1.1234, 0.3\dot{2}\dot{3}$

মৌলিক সংখ্যা
5

এক
1

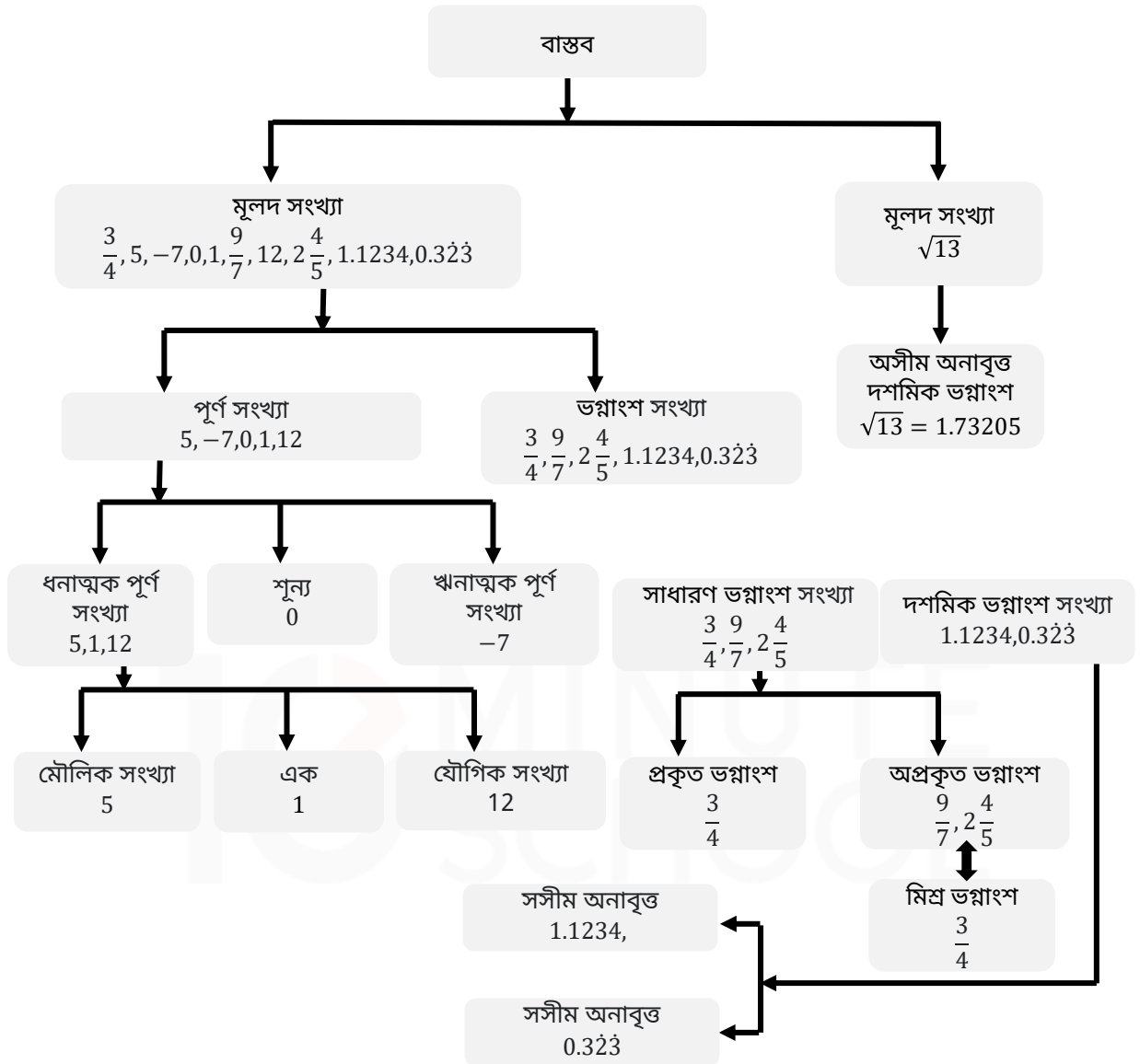
যৌগিক সংখ্যা
12

প্রকৃত ভগ্নাংশ
$\frac{3}{4}$

অপ্রকৃত ভগ্নাংশ
$\frac{9}{7}, 2\frac{4}{5}$

মিশ্র ভগ্নাংশ
$\frac{3}{4}$

সসীম অনাবৃত্ত
$1.1234,$

সসীম অনাবৃত্ত
$0.3\dot{2}\dot{3}$

বাস্তব সংখ্যা নিয়ে সামগ্রিক আলোচনা:

স্বাভাবিক সংখ্যা (Natural Numbers): সকল ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যাই স্বাভাবিক সংখ্যা। স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো সাধারণত গণনাকারী সংখ্যা। স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে N দ্বারা প্রকাশ করা হয়। এবং $N = \{1, 2, 3, \dots \dots\}$

দ্রষ্টব্য: (i) অখন্ড বলতে ভগ্নাংশ আকারের নয় এমন সংখ্যা সকল জোড়, বিজোড়, মৌলিক ও যৌগিক সংখ্যাকে বোঝায় যা নিয়ে স্বাভাবিক সংখ্যার সেট গঠিত।

(ii) শূন্য (0) স্বাভাবিক সংখ্যার অন্তর্ভূক্ত নয়।

মৌলিক সংখ্যা (Prime Numbers): 1 এর চেয়ে বড় যে সকল সংখ্যার 1 এবং ঐ সংখ্যাটি ব্যতীত অন্য কোনো উৎপাদক বা গুণনীয়ক নেই তাই মৌলিক সংখ্যা। যেমন: $2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 \dots \dots$ ইত্যাদি।

দ্রষ্টব্য: 1 মৌলিক সংখ্যা নয়। কিন্তু 2 একমাত্র জোড় ও সবচেয়ে ছোট মৌলিক সংখ্যা।

যৌগিক সংখ্যা (Compound Numbers): যে সকল সংখ্যার 1 এবং ঐ সংখ্যা ব্যতীত আরো গুণনীয়ক বা উৎপাদক বিদ্যমান তাই যৌগিক সংখ্যা।

এককথায় যা মৌলিক নয় তাই যৌগিক সংখ্যা।

দ্রষ্টব্য: 1 মৌলিক বা যৌগিক কোনোটিই নয়।

পূর্ণসংখ্যা (Integers): শূন্যসহ সকল ধনাত্মক ও ঋণাত্মক অখণ্ড সংখ্যাসমূহকে পূর্ণ সংখ্যা বলা হয়। অর্থাৎ, $\dots -$

$3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ ... ইত্যাদি। পূর্ণসংখ্যার সেটকে Z দ্বারা প্রকাশ করা যায়।

দ্রষ্টব্য: সকল স্বাভাবিক সংখ্যা (N), পূর্ণ সংখ্যার (Z) মধ্যে অন্তর্ভূক্ত।

পূর্ণ সংখ্যাকে দুই ভাগে ভাগ করা যায়।

ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $(Z+)$ **(Positive Integers):** এগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে। এগুলোর মান সর্বদাই শুন্য অপেক্ষা বড়। অর্থাৎ,

$Z+ = \{1, 2, 3, \ldots \ldots\}$

ঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা $(Z-)$ **(Negative Integers):** শূন্য অপেক্ষা ছোট সকল পূর্ণসংখ্যাই ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা। অতএব $Z- = \{\ldots \ldots -4, -3, -2, -1,\}$

দ্রষ্টব্য: শূন্য (0), ধনাত্মক কিংবা ঋণাত্মক কোনো ধরনের পূর্ণসংখ্যারই অন্তর্ভূক্ত নয়। এটি অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যার অন্তর্ভূক্ত।

অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যা, (Non-negative Integers): শুন্যসহ সকল ধনাত্মক পূর্ণ সংখ্যাকে অঋণাত্মক সংখ্যা বলা হয়।

যেমন, $0, 1, 2, 3, \ldots$ ইত্যাদি। অঋণাত্মক পূর্ণ সংখ্যার সেটকে $Z0$ দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

সহমৌলিক (Coprime): দুইটি সংখ্যার মধ্যে 1 ব্যতীত অন্য কোনো সাধারণ গুণনীয়ক না থাকলে সংখ্যা দুইটি পরস্পর সহমৌলিক।

যেমন, 2 ও $3, 4$ ও $9, 7$ ও $20, 12$ ও 41 ইত্যাদি সংখ্যাগুলোরর মধ্যে 1 ব্যতীত কোনো সাধারণ গুণনীয়ক নেই।

ভগ্নাংশ সংখ্যা (Fractional Numbers): p, q পরস্পর সহমৌলিক, $q \neq 0$ এবং $q \neq 1$ হলে $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে ভগ্নাংশ সংখ্যা বলে। যেমন: $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{-5}{3}$ ইত্যাদি ভগ্নাংশ সংখ্যা।

বি: দ্র: $p < q$ হলে ভগ্নাংশকে প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $p > q$ হলে ভগ্নাংশকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{4}, \ldots \ldots \ldots$ ইত্যাদি প্রকৃত ভগ্নাংশ এবং $\frac{3}{2}, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}, \frac{5}{4}, \ldots \ldots \ldots$ ইত্যাদি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ।

মূলদ সংখ্যা (Rational Numbers): p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ হলে $\frac{p}{q}$ আকারের সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়।

যেমন, $\frac{3}{1} = 3, \frac{11}{2} = 5.5, \frac{5}{3} = 1.666 \ldots$ ইত্যাদি মূলদ সংখ্যা। মূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসেবে প্রকাশ করা যায়।

সুতরাং সকল পূর্ণসংখ্যা এবং সকল ভগ্নাংশ সংখ্যা হবে মূলদ সংখ্যা। মূলদ সংখ্যা কে Q দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

মুলদ সংখ্যা চেনার উপায়ঃ

(1) যেকোনো পুর্ণ সংখ্যা মুলদ সংখ্যা। যেমনঃ 3,0,1,54,128 ইত্যাদি।

(2) যে কোন সংখ্যার দশমিক বিন্দুর পরে নির্দিষ্ট সংখ্যক অঙ্ক থাকলে তা মূলদ। যেমনঃ 5.112, $\frac{11}{2}, -\frac{1}{6}$

(3) ভাগফল আবৃত দশমিক।যেমনঃ 5.020222202, $\frac{100}{9}, -\frac{1}{3}$

অমূলদ সংখ্যা (Irrational Numbers): যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না , যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা।

যেমন, $\sqrt{2} = 1.414213 \dots \dots, \sqrt{3} = 1.732 \dots \dots, \frac{\sqrt{5}}{2} = 1.58113$ ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা। অমূলদ সংখ্যাকে দুইটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত হিসেবে প্রকাশ করা যায় না। অমূলদ সংখ্যাকে Q^c দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

দ্রষ্টব্য: সকল মূলদ (Q) ও অমূলদ (Q^c) সংখ্যা নিয়ে বাস্তব সংখ্যা গঠিত।

অমুলদ সংখ্যা চেনার উপায়ঃ

(1) $\frac{p}{q}$ আকারে না থাকলে,

(2) অসমাপ্ত দশমিক,

(3) অসীম মান (পৌনঃপুনিক নয়)।

দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা

মূলদ সংখ্যা ও অমূলদ সংখ্যা দশমিকে প্রকাশ করা হলে একে দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়।

যেমন: $3 = 3.0, \frac{5}{2} = 2.5, \frac{10}{3} = 3.333, \sqrt{3} = 1.732$ ইত্যাদি।

দ্রষ্টব্য: প্রত্যেক বাস্তব সংখ্যাকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করা যায়।

দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যার প্রকারভেদ: দশমিক ভগ্নাংশ তিন প্রকার। যথা:

(ক) সসীম দশমিক ভগ্নাংশ: দশমিক বিন্দুর পর অঙ্ক সংখ্যা সসীম হলে এদেরকে সসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলে। যেমন: $0.52, 3.1432, 1.326$ ইত্যাদি।

(খ) অসীম দশমিক ভগ্নাংশ: দশমিক বিন্দুর পর অঙ্ক সংখ্যা অসীম হলে এদেরকে অসীম দশমিক ভগ্নাংশ বলা হয়। যেমন: $1.33 \dots \dots, 3.1415 \dots \dots$ ইত্যাদি।

বি: দ্র: পূর্ণবর্গ নয় এমন স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল সর্বদাই অসীম দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যার উদাহরণ।

আবার অসীম দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যাগুলোর মধ্যে দশমিক বিন্দুর পর অঙ্কগুলো পুনরাবৃত্তি হলে এদেরকে

অসীম আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ এবং অঙ্কগুলোর পুনরাবৃত্তি না হলে এদের অসীম অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ সংখ্যা বলা হয়।

যেমন: $1.2323\ldots$, $5.\dot{6}5\dot{4}$ ইত্যাদি অসীম আবৃত দশমিক ভগ্নাংশ এবং $0.5230\ldots$ $2.1342\ldots$

ইত্যাদি অনাবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

(গ) আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ: আবৃত্ত দশমিকে দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্কগুলো বা অংশবিশেষ বারবার থাকবে। যেমন: $3.333\ldots, 2.454545\ldots, 5.127127127\ldots$ ইত্যদি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ। এদেরকে $3.\dot{3}$, $2.\dot{4}\dot{5}$, ও $5.\dot{1}2\dot{7}$ আকারেও প্রকাশ করা যায়।

দ্রষ্টব্য: • সসীম দশমিক ও আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ মূলদ সংখ্যা।

- অসীম দশমিক ভগ্নাংশ অমূলদ সংখ্যা।
- কোনো অমূলদ সংখ্যার মান যেকোনো দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ধারণ করা যায়।
- কোনো ভগ্নাংশের লব ও হরকে স্বাভাবিক সংখ্যায় প্রকাশ করতে পারলে ঐ ভগ্নাংশটি মূলদ সংখ্যা।
- পূর্ণবর্গ নয় এরূপ সংখ্যার বর্গমূল অসীম দশমিক ভগ্নাংশ। যথা: $\sqrt{2}, \sqrt{3}\ldots\ldots$ ইত্যাদি।

মন্তব্য: আবৃত্ত দশমিক সবসময় ভগ্নাংশে পরিণত করা যায়। সকল আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ মূলদ সংখ্যা।

বাস্তব সংখ্যা (Real Number): সকল মূলদ সংখ্যা এবং অমূলদ সংখ্যাকে বাস্তব সংখ্যা বলা হয়। যেমন

$0, \pm1, \pm2, \pm3, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\sqrt{2}, \ldots\ldots$ ইত্যাদি বাস্তব সংখ্যা। বাস্তব সংখ্যাকে R দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

ধনাত্বক সংখ্যা (Positive Numbers): শূন্য অপেক্ষা বড় সকল বাস্তব সংখ্যাকে ধনাত্বক সংখ্যা বলা হয়। একে R^+ দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন: $1, 2, \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \sqrt{2}, 0.415, 0.\dot{6}\dot{2}, 4.120345061\ldots\ldots$ ইত্যাদি ধনাত্বক সংখ্যা।

ঋনাত্বক সংখ্যা (Negative Numbers): শূন্য অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে ঋনাত্বক সংখ্যা বলা হয়। একে R^- দ্বারা প্রকাশ করা হয়। যেমন:

$-1, -2, -\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\sqrt{2}, -0.415, -0.\dot{6}\dot{2}, -4.120345061\ldots$ ইত্যাদি ঋনাত্বক সংখ্যা।

অঋনাত্বক সংখ্যা (Non-Negative Numbers): শূন্যসহ সকল ধনাত্বক সংখ্যাকে অঋনাত্বক সংখ্যা বলা হয়। যেমন: $0, 3, 1/2, 0.6112, 1.\dot{3}, 2.120345\ldots\ldots$ ইত্যাদি অঋনাত্বক সংখ্যা। একে R_0 দ্বারা প্রকাশ করা হয়।

আবৃত্ত ভগ্নাংশ লেখার নিয়ম:

(i) আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে যে অংশ বারবার আসে একে আবৃত্ত অংশ বলে। যেমন: $3.333\ldots$ ও $2.555.$ সংখ্যাদ্বয়ের আবৃত্ত অংশ 3 ও 5।

(ii) আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে এক অঙ্ক আবৃত্ত হলে সে অঙ্কের উপর পৌন:পুনিক বিন্দু $(\cdot)$ দেওয়া হয়। যেমন: $3.333\ldots$ ও $2.555\ldots$ সংখ্যাকে লেখা হয় $3.\dot{3}$ ও $2.\dot{5}$।

iii) একাধিক অঙ্ক আবৃত্ত হলে কেবলমাত্র প্রথম ও শেষ অঙ্কের উপর পৌন:পুনিক বিন্দু দেওয়া হয়। যেমন: $3.124124124\ldots$ ও $5.186186186\ldots$ সংখ্যাকে লেখা হয় $3.\dot{1}2\dot{4}$ ও $5.\dot{1}8\dot{6}$।

দ্রষ্টব্য: দশমিক ভগ্নাংশে দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্তাংশ ছাড়া অন্য কোনো অঙ্ক না থাকলে; একে বিশুদ্ধ পৌন:পুনিক বলে কিন্তু একাধিক অঙ্ক থাকলে একে মিশ্র পৌন:পুনিক বলে। যেমন: $1.\dot{3}$ বিশুদ্ধ পৌন:পুনিক ভগ্নাংশ এবং $4.235\dot{1}\dot{2}$ মিশ্র পৌন:পুনিক ভগ্নাংশ।

আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশকে সাধারন ভগ্নাংশে রূপান্তরের নিয়ম: নির্ণেয় ভগ্নাংশের লব = প্রদত্ত দশমিক ভগ্নাংশের দশমিক বিন্দু বাদ দিয়ে প্রাপ্ত সংখ্যা এবং অনাবৃত্ত অংশ দ্বারা গঠিত সংখ্যার বিয়োগফল।

নির্ণেয় ভগ্নাংশের হর = দশমিক বিন্দুর পরে আবৃত্ত অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে ততগুলো নয় (9) এবং অনাবৃত্ত অংশে যতগুলো অঙ্ক আছে ততগুলো শুন্য (0) দ্বারা। গঠিত সংখ্যা।

$$\therefore \text{সাধারন ভগ্নাংশ} = \frac{\text{লব}}{\text{হর}} = \frac{\text{দশমিক ও পৌন: পুনিক চিহ্ন বাদে পুরো সংখ্যা} - \text{অনাবৃত্ত অংশ}}{\text{দশমিকের পর যতগুলো আবৃত্ত সংখ্যা ততগুলো } 9 \text{ এবং যতগুলো অনাবৃত্ত আছে ততগুলো শূন্য}}$$

$45.2\dot{3}4\dot{6}$ কেসাধারন ভগ্নাংশে রূপান্তর কর,

(i) দশমিক ও পৌন:পুনিক বাদে পুরো সংখ্যা 452346

(ii) অনাবৃত্ত অংশ 452

(iii) দশমিকের পর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা তিনটি (যা 3, 4 ও 6)

$$\therefore 45.2\dot{3}4\dot{6} = \frac{452346 - 452}{9990} = \frac{451894}{9990} = \frac{225947}{4995} = 45\frac{1172}{4995}$$

অনুরুপভাবে $6.45\dot{3}73\dot{7}$ সংখ্যাটিতে অনাবৃত্ত অংশ 645 আবার দশমিকের পর আবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা চারটি (যা 3, 7, 3 ও 7) এবং অনাবৃত্ত অঙ্ক সংখ্যা দুইটি (যা 4 ও 5)

$$\therefore 6.45\dot{3}73\dot{7} = \frac{6453737-645}{999900} = \frac{6453092}{999900} = \frac{15973}{2475}$$ [404 দ্বারা ভাগ করে]

সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ: আবৃত্ত দশমিকগুলোতে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশ ও আবৃত্ত অংশ উভয়ের অঙ্ক সংখ্যা সমান হলে তাদের সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ বলে। যেমন: i) $12.\dot{4}\dot{5}$ ও $6.\dot{3}\dot{2}$ সংখ্যাদ্বয়ের উভয় সংখ্যার দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা দুইটি এবং অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা শূন্য। অতএব, সংখ্যাদ্বয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা। (ii) $9.45\dot{3}$ ও $125.89\dot{7}$ উভয় সংখ্যার ক্ষেত্রে দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা একটি এবং অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা দুইটি করে। অতএব, সংখ্যাদ্বয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক।

বিসদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ: কোনো আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা সদৃশ আবৃত্ত না হলে তাদের বিসদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ বলে।

যথা: (ক) $0.3\dot{4}5\dot{6}$ ও $7.45\dot{7}8\dot{9}$ সংখ্যা দুইটি উভয়ের (i) দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক তিনটি। (ii) অনাবৃত্ত অংশের অঙ্কের সংখ্যা যথাক্রমে 1 ও 2 টি।

∴ সংখ্যাদ্বয় বিসদৃশ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা।

(খ) $6.3\dot{5}\dot{7}$ ও $2.89\dot{3}4\dot{5}$ সংখ্যা দুইটিতে দশমিক বিন্দুর পর

i. আবৃত্ত অংশের সংখ্যা যথাক্রমে 2 টি ও 3 টি

ii. অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 টি ও 2 টি

∴ সংখ্যাদ্বয় বিসদৃশ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা।

বিসদৃশ আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তনের নিয়ম: সদৃশ আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা হলো সংখ্যাগুলোর দশমিক বিন্দুর পর আবৃত্ত ও অনাবৃত্ত উভয় অংশের অঙ্ক সংখ্যা সমান।

সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন করতে হলে নিচের নিয়ম অনুসরণ করতে হবে।

ধাপ-১: দশমিক বিন্দুর পর যে সংখ্যায় অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সর্বাধিক প্রতিটি সংখ্যার অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা ততো হবে।

ধাপ-২: দশমিক বিন্দুর পর সংখ্যাগুলোর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যার ল.সা.গু নির্ণয় করতে হবে। ল.সা.গুর মানের সমান সংখ্যক আবৃত্ত অংশ প্রতিটি সংখ্যা বিদ্যমান থাকবে।

বাস্তব সংখ্যার গুণন প্রক্রিয়ার মৌলিক বৈশিষ্ট্য:

১. a, b বাস্তব সংখ্যা হলে, (i) $a + b$ বাস্তব সংখ্যা এবং (ii) ab বাস্তব সংখ্যা

২. a, b বাস্তব সংখ্যা হলে, (i) $a + b = b + a$ বাস্তব সংখ্যা এবং (ii) $ab = ba$ বাস্তব সংখ্যা

৩. a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, (i) $(a + b) + c = a + (b + c)$ বাস্তব সংখ্যা এবং (ii) $(ab)c = a(bc)$

৪. a বাস্তব সংখ্যা হলে, কেবল দুইটি বাস্তব সংখ্যা 0 ও 1 আছে যেখানে (i) $0 \neq 1$, (ii) $a + 0 = 0 + a = a$ এবং (iii) $a \cdot 1 = 1 \cdot a = a$

৫. a বাস্তব সংখ্যা হলে, (i) $a + (-a) = 0$ (ii) $a \neq 0$ হলে $a \cdot \frac{1}{a} = 1$

৬. a, b, c বাস্তব সংখ্যা হলে, $a(b + c) = ab + ac$

৭. a, b বাস্তব সংখ্যা হলে, $a < b$ অথবা $a = b$ অথবা $a > b$

৮. a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a < b$ হলে, $a + c < b + c$

৯. a, b, c বাস্তব সংখ্যা এবং $a < b$ হলে, (i) $ac < bc$ যখন $c > 0$ (ii) $ac > bc$ যখন $c < 0$

টাইপ ভিত্তিক সমস্যাবলী

Type-01

Model example-01: $5.\dot{6}$, $7.3\dot{4}\dot{5}$, **ও** $10.78\dot{4}2\dot{3}$ **কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে পরিণত কর।**

সমাধান: $5.\dot{6}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 0 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1

$7.3\dot{4}\dot{5}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 2

$10.78\dot{4}2\dot{3}$ এ অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 3

এখানে,অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সবচেয়ে বেশি হল 2 এবং আবৃত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1,2,3 ও এর ল.সা.গু. 6। অর্থাৎ ভগ্নাংশগুলোকে সদৃশ আবৃত দশমিকে পরিবর্তন করতে হলে , অনাবৃত্ত অংশে অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

সুতরাং, $5.\dot{6} = 5.66\dot{6}66666\dot{6}$

$7.3\dot{4}\dot{5} = 7.34\dot{5}45454\dot{4}$

$10.78\dot{4}2\dot{3} = 10.78\dot{4}23423\dot{3}$

নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশসমূহ যথাক্রমে $5.66\dot{6}66666\dot{6}$, $7.34\dot{5}45454\dot{4}$ ও $10.78\dot{4}23423\dot{3}$

নিজে কর

$3.467, 2.01\dot{2}4\dot{3}$, ও $7.52\dot{5}\dot{6}$ কে সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশে পরিবর্তন কর।

Type-02

ধাপ-১: প্রথমে সংখ্যাগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন করতে হবে।

ধাপ-২: অত:পর সসীম দশমিকের নিয়মে যোগ করতে হবে।

ধাপ-৩: প্রকৃত যোগফল পেতে হলে আবৃত্ত দশমিক যে অংশ হতে শুরু (বাম থেকে) সে অংশের অঙ্কগুলোর যোগ করলে হাতে যে সংখ্যাটি থাকে তা সর্বশেষ আবৃত্ত অংশের অঙ্কের সাথে যোগ করতে হবে।

Model example-01: $3.\dot{8}\dot{9}, 2.1\dot{7}\dot{8}$ ও $5.89\dot{7}9\dot{8}$ যোগ কর।

ধাপ-১: সংখ্যাগুলো দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সর্বাধিক দুই। আবার দশমিকের পর আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হলো 2, 2 ও 3 এবং এদের ল.সা.গু. 6।

∴ সংখ্যাগুলোর সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে দশমিক বিন্দুর পর অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

$$\left.\begin{array}{ll} 3.\dot{8}\dot{9} & = 3.89\dot{8}98989\dot{9} \\ \therefore\ 2.1\dot{7}\dot{8} & = 2.17\dot{8}78787\dot{7} \\ 5.89\dot{7}9\dot{8} & = 5.89\dot{7}98798\dot{8} \end{array}\right\} \text{ধাপ- ১}$$

$$\left.11.97\dot{5}76574\right\} \text{ধাপ- ২}$$

$$\left.+2\right\} \text{ধাপ- ৩}$$

$$11.97\dot{5}7657\dot{6}$$

ধাপ-৩ এর ব্যাখ্যা:

(১) সসীম দশমিকের নিয়মে যোগ করার পর প্রকৃত যোগফল পেতে 2 যোগ করা হয়েছে। কারণ আবৃত্ত দশমিক যেখান হতে শুরু (বাম হতে) সে অংশের অঙ্কগুলোর যোগফল $8 + 8 + 7 + 2 = 25$ যাতে, পূর্বের যোগফলের হাতে 2 আছে।

(২) প্রাপ্ত সংখ্যা 2 সর্বডানের আবৃত্ত অঙ্কের সাথে যোগ করে প্রকৃত যোগফল নির্ণয় করা হয়েছে।

দ্রষ্টব্য: সর্বডানে 2 যোগের ধারণা বোঝাবার জন্য এ যোগটি অন্য নিয়মে করা হলো:

$3.\dot{8}\dot{9} \quad = 3.89\dot{8}9898\dot{9} \mid 89$

$\therefore\ 2.1\dot{7}\dot{8} \quad = 2.17\dot{8}7878\dot{7} \mid 87$

$5.89\dot{7}9\dot{8} \quad = 5.89\dot{7}9879\dot{8} \mid 79$

$11.97\dot{5}7657\dot{6} \mid 55$

এখানে আবৃত্ত অংশ শেষ হওয়ার পর আরও 2 অঙ্ক পর্যন্ত সংখ্যাকে বাড়ানো হয়েছে। আতরিক্ত অঙ্ক গুলোকে একটা খাড়া রেখা দ্বারা আলাদা করে দেওয়া হয়েছে। এরপর যোগ করা হয়েছে। খাড়া রেখার ডানের অঙ্কের যোগফল থেকে হাতের 2 এসে খাড়া রেখার বামের অঙ্কের সাথে যোগ হয়েছে। খাড়া রেখার ডানের অঙ্কটি এবং পৌন:পুনিক বিন্দু শুরু হওয়ার অঙ্কটি একই। তাই দুইটি যোগফলই এক।

নিজে কর

ক) $2.0\dot{9}\dot{7}$ ও $5.12\dot{7}6\dot{8}$ খ) $1.34\dot{5}, 0.31\dot{5}7\dot{6}$ ও $8.056\dot{7}\dot{8}$

Type-03

ধাপ-১: প্রথমে সংখ্যাগুলোকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে পরিবর্তন করতে হবে।

ধাপ-২: অত:পর সসীম দশমিকের নিয়মে বিয়োগ করতে হবে।

ধাপ-৩: পৌন:পুনিক বিন্দু যেখানে শুরু (বাম হতে) সেখানে হাতের কোনো সংখ্যা থাকলে তা সর্বডানের অঙ্ক থেকে 1 বিয়োগ করতে হবে।

Model example-01: $8.2\dot{4}\dot{3}$ থেকে $5.2\dot{4}67\dot{3}$ বিয়োগ কর।

সমাধান: এখানে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 2 ও 3 এর ল.সা.গু 6। এখন দশমিক সংখ্যা দুইটিকে সদৃশ করে বিয়োগ করা হলো।

$8.2\dot{4}\dot{3} \quad = 8.24\dot{3}4343\dot{4}$

$5.24\dot{6}7\dot{3} \quad = 5.24\dot{6}7367\dot{3}$

$2.99\dot{6}69761$ [3 থেকে 6 বিয়োগ করলে হাতে 1 নিতে হবে]

-1

$2.99\dot{6}6976\dot{0}$

নির্ণেয় বিয়োগফল $2.99\dot{6}6976\dot{0}$

মন্তব্য: পৌন:পুনিক বিন্দু যেখানে শুরু সেখানে বিয়োজন সংখ্যা বিয়োজ্য সংখ্যা থেকে ছোট হলে সব সময় সর্বডানের অঙ্ক থেকে 1 বিয়োগ করতে হবে।

দ্রষ্টব্য: সর্বডানের অঙ্ক থেকে 1 কেন বিয়োগ করা হয় তা বোঝাবার জন্য নিচে অন্যভাবে বিয়োগ করে দেখানো হলো:

$8.2\dot{4}\dot{3} \quad = 8.24\dot{3}4343\dot{4} \mid 34$

$5.24\dot{6}7\dot{3} \quad = 5.24\dot{6}7367\dot{3} \mid 67$

$2.99\dot{6}6976\dot{0} \mid 67$

নির্ণেয় বিয়োগফল $2.99\dot{6}6976\dot{0} \mid 67$ এখানে দুইটি বিয়োগফলই এক।

নিজে কর

ক) $3.\dot{4} - 2.1\dot{3}$

খ) $5.\dot{1}\dot{2} - 3.4\dot{5}$

গ) $8.49 - 5.3\dot{5}\dot{6}$

ঘ) $19.34\dot{5} - 13.2\dot{3}4\dot{9}$

Type-04

আবৃত্ত দশমিকের গুণ: আবৃত্ত দশমিকের গুণফল নির্ণয়ে নিম্নোক্ত বিষয়গুলো জরুরি।

ধাপ-১: আবৃত্ত দশমিকগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করে গুণের কাজ সমাধান করতে হবে।

ধাপ-২: প্রাপ্ত ভগ্নাংশটিকে দশমিকে প্রকাশ করে আবৃত্ত দশমিক আকারে প্রকাশ করতে হবে (সম্ভব হলে)।

Model example-01:: $4.\dot{3}$ কে $5.\dot{7}$ দ্বারা গুণ কর।

সমাধান:

$$4.\dot{3} = \frac{43-4}{9} = \frac{39}{9} = \frac{13}{3}$$

$$5.\dot{7} = \frac{57-5}{9} = \frac{52}{9}$$

ধাপ-১ প্রয়োগ।

$\therefore 4.\dot{3} \times 5.\dot{7} = \frac{13}{3} \times \frac{52}{9} = \frac{676}{27} = 25.037037037$ [ক্যালকুলেটর ব্যবহার করে]

প্রাপ্ত দশমিক ভগ্নাংশে 037 অংশ পুনরাবৃত্ত হয়েছে।

$\therefore$ নির্ণেয় আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ = $25.\dot{0}3\dot{7}$

মন্তব্য: আবৃত্ত দশমিকের গুণফল আবৃত্ত দশমিক হতেও পারে নাও হতে পারে।

নিজে কর

ক) $1.1\dot{3}$ কে 2.6 দ্বারা গুণ কর। খ) $0.\dot{2} \times 1.\dot{1}\dot{2} \times 0.0\dot{8}\dot{1}$ = কত ?

Type-5

ধাপ-১: আবৃত দশমিকগুলোকে সাধারণ ভগ্নাংশে পরিণত করে ভাগের কাজ সমাধান করতে হবে।

ধাপ-২: প্রাপ্ত ভগ্নাংশটিকে দশমিক ভগ্নাংশে প্রকাশ করলেই আবৃত্ত দশমিকগুলোর ভাগফল পাওয়া যাবে।

Model example-01: $7.\dot{3}\dot{2}$ কে $0.2\dot{7}$ দ্বারা ভাগ কর।

সমাধান: $7.\dot{3}\dot{2} = \frac{732-7}{99} = \frac{725}{99}$

এবং $0.2\dot{7} = \frac{27-2}{90} = \frac{25}{90} = \frac{5}{18}$

$$\therefore 7.\dot{3}\dot{2} \div 0.2\dot{7} = \frac{725}{99} \div \frac{5}{18} = \frac{725}{99} \times \frac{18}{5} = \frac{290}{11} = 26.36363636$$

$\therefore$ নির্ণেয় ভাগফল = $26.\dot{3}\dot{6}$।

নিজে কর

ক) $0.\dot{3} \div 0.\dot{6}$ খ) $0.3\dot{5} \div 1.\dot{7}$ গ) $2.3\dot{7} \div 0.4\dot{5}$ ঘ) $1.\dot{1}8\dot{5} \div 0.\dot{2}\dot{4}$

Type-6

Model example-01: $\sqrt{3}$ এবং 4 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

সমাধান: এখানে, $\sqrt{3} = 1.7320508 \ldots$

মনে করি, $a = \frac{\sqrt{3}+4}{2} \approx 2.866$ এবং $b = \frac{\sqrt{3}+4+4}{3} \approx 3.244$

স্পষ্টত a ও b উভয়ই বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{3}$ অপেক্ষা বড় এবং 4 অপেক্ষা ছোট।

কারণ a হলো অসমান সংখ্যা $\sqrt{3}$ এবং 4 এর গড়, এবং b হলো $\sqrt{3}$, 4 এবং 4 এর গড়।

অর্থাৎ $\sqrt{3} < 2.866 \cdots < 4$ এবং $\sqrt{3} < 3.244 < 4 \cdots$

আবার a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a ও b দুইটি নির্ণেয় অমূলদ সংখ্যা।

আসলে এরূপ অসংখ্য অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করা যায়।

Model example-02: প্রমাণ কর যে, কোনো চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

সমাধান: মনে করি, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা যথাক্রমে $x, x+1, x+2, x+3$।

ক্রমিক সংখ্যা চারটির গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে পাওয়া যায়,

$x(x+1)(x+2)(x+3)+1$

$= x(x+3)(x+1)(x+2)+1$

$= (x^2+3x)(x^2+3x+2)+1$

$= a(a+2)+1$ [এবার $x^2+3x = a$ ধরে]

$= a^2+2a+1 = (a+1)^2$

$= (x^2+3x+1)^2$

যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা। সুতরাং যে কোনো চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

সৃজনশীল (CQ)

1. $1, 3, 5, 7, 9$ ... ... ইত্যাদি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা।

ক. সংখ্যাগুলোকে একটি সাধারণ রাশির মাধ্যমে প্রকাশ কর।

খ. দেখাও যে, প্রদত্ত যেকোনো সংখ্যার বর্গ সর্বদা বিজোড় সংখ্যা।

গ. প্রমাণ কর যে, প্রদত্ত যেকোনো সংখ্যার বর্গকে ৪ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 থাকে।

সমাধান:

ক. দেওয়া আছে,

১ম সংখ্যা $= 1 = 2 \times 1 - 1$

২য় সংখ্যা $= 3 = 2 \times 2 - 1$

৩য় সংখ্যা = $5 = 2 \times 3 - 1$

৪র্থ সংখ্যা = $7 = 2 \times 4 - 1$

n তম সংখ্যা = $2 \times n - 1 = 2n - 1.$

নির্ণেয় সাধারণ রাশি $(2n - 1)$, যেখানে $n \epsilon \mathbb{N}$

উত্তর: $(\mathbf{2n - 1})$

(খ) 'ক' হতে পাই,

উদ্দীপকে উল্লেখিত সংখ্যাগুলোর সাধারণ রাশি = $2n - 1$ যেখানে $n \epsilon \mathbb{N}$

এখানে প্রদত্ত যে কোনো সংখ্যার বর্গ বিজোড় সংখ্যা দেখানোর জন্য এটা প্রমাণ করাই যথেষ্ট হবে যে, $(2n-1)^2$ একটি বিজোড় সংখ্যা।

এখন, $(2n-1)^2 = 4n^2 - 4n + 1$

$= 4n^2 - 4n + 2 - 1$

$= 2(2n^2 - 2n + 1) - 1$

$= 2m - 1$ [$2n^2 - 2n + 1 = m$ ধরে যেখানে $m \epsilon \mathbb{N}$]

m এর যেকোনো মানের জন্য $2m - 1$ একটি বিজোড় সংখ্যা। সুতরাং প্রদত্ত যেকোনো সংখ্যার বর্গ সর্বদা বিজোড় সংখ্যা।

(দেখানো হলো)

(গ) প্রদত্ত সংখ্যাগুলো হলো বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা।

ধরি, x যেকোনো বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা। $\therefore x = 1$ হলে, $x^2 = 1^2 = 1$ যাকে 8 দ্বারা ভাগ করলে 1 ভাগশেষ থাকবে।

এখন, $x > 1$ হলে, $x = 2n + 1$ লেখা যায় যেখানে $n \epsilon N$

$\therefore x^2 = (2n+1)^2$

$= 4n^2 + 4n + 1$

$= 4n(n+1) + 1$

এখানে n এবং $n + 1$। রাশি দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা। সুতরাং এদের মধ্যে একটি জোড় সংখ্যা হবেই।

$\therefore 4\,n(n+1)$ রাশিটি 4×2 বা, 8 দ্বারা বিভাজ্য। ফলে $4\,n(n+1) + 1$ রাশিটিকে 8 দ্বারা ভাগ করলে 1 ভাগশেষ থাকবে।

অতএব, প্রদত্ত যেকোনো সংখ্যার বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 1 ভাগশেষ থাকবে।

(প্রমাণিত)

2. স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো $1, 2, 3, 4, \ldots$.ইত্যাদি

ক. ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো লিখ।

খ. প্রমাণ কর যে, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল ৪ দ্বারা বিভাজ্য।

গ. প্রমাণ কর যে, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

সমাধান:

(ক) ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যাগুলো হলো $2, 4, 6, 8 \ldots$ ইত্যাদি।

(খ) মনে করি, x যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যা।

$\therefore$ $2x$ হবে জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা।

এখন $2x, 2x + 2$ দুইটি ক্রমিক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা।

তাহলে, $2x(2x + 2) = 2.2x(x + 1) = 4x(x + 1)$. যেহেতু x একটি স্বাভাবিক সংখ্যা। তাহলে x ও $(x + 1)$ দুইটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা, যেখানে একটি অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে। ফলে $x(x + 1)$ একটি জোড় সংখ্যা হবে।

মনে করি, $x(x + 1) = 2m$; যেখানে, m স্বাভাবিক সংখ্যা।

$4x(x + 1) = 4 \times 2m$

বা, $2x(2x + 2) = 8m$ যা 8 দ্বারা বিভাজ্য

অতএব, দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল 8 দ্বারা বিভাজ্য।

(প্রমাণিত)

(গ) মনে করি, চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা যথাক্রমে

$x, x + 1, x + 2, x + 3$

ক্রমিক সংখ্যা চারটির গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে পাওয়া যায়,

$x(x + 1)(x + 2)(x + 3) + 1$

$= x(x + 3)(x + 1)(x + 2) + 1$

$= (x^2 + 3x)(x^2 + 3x + 2) + 1$

$= a(a + 2) + 1; [x^2 + 3x = a]$

$= a^2 + 2a + 1 = (a + 1)^2$

$= (x^2 + 3x + 1)^2$

যা একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা।

$\therefore$ চারটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল একটি পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে। **(প্রমাণিত)**

3. $(\mathrm{m}^2 + 3\mathrm{m} + 1)^2$ একটি পূর্ণ বর্গ রাশি এবং $m \in N$।

ক. রাশিটির চলকের সর্বোচ্চ ঘাত কত?

খ. প্রাপ্ত রাশি থেকে 1 বিয়োগ করলে রাশিটি চারটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফল আকারে প্রকাশিত হয়। ক্রমিক সংখ্যাগুলি নির্ণয় কর।

গ. যদি $m < 10$ হয় তবে m এর কোন মানের জন্য রাশির বর্গমূলের মান যৌগিক সংখ্যা হবে?

(ক) প্রদত্ত রাশি $(m^2+3m+1)^2$

$$= m^4+9m^2+1+6m^3+6m+2m^2$$

$$= m^4+6m^3+11m^2+6m+1$$

প্রদত্ত রাশির চলক m এর সর্বোচ্চ ঘাত 4

Ans. 4

(খ) প্রদত্ত রাশি থেকে 1 বাদ দিলে রাশিটি দাঁড়ায়

$= (m^2+3m+1)^2-1$

$= (m^2+3m+1)^2-(1)^2$

$= (m^2+3m+1+1)(m^2+3m+1-1)$

$= (m^2+3m+2)(m^2+3m)$

$= (m^2+2m+m+2)(m^2+3m)$

$= \{m(m+2)+1(m+2)\}m(m+3)$

$= m(m+1)(m+2)(m+3)$

যেহেতু $m \in \mathbb{N}$ সুতরাং m, $(m+1)$, $(m+2)$, ও $(m+3)$ ক্রমিক সংখ্যা।

Ans. $m,\ m+1,\ m+2,\ m+3$

(গ) প্রদত্ত রাশির বর্গমূল $= \sqrt{(m^2+3m+1)^2}$

$= m^2+3m+1$

(m^2+3m+1) রাশিতে $m = 1, 2, \ldots .9$ পর্যন্ত মানগুলো বসাই,

$m = 1$ হলে $(1^2+3\times 1+1) = 5$, যা যৌগিক সংখ্যা নয়।

$m = 2$ হলে $(2^2+3\times 2+1) = 11$, যা যৌগিক সংখ্যা নয়।

$m = 3$ হলে $(3^2+3\times 3+1) = 19$, যা যৌগিক সংখ্যা নয়।

$m = 4$ হলে $(4^2+3\times 4+1) = 29$, যা যৌগিক সংখ্যা নয়।

$m = 5$ হলে $(5^2+3\times 5+1) = 41$, যা যৌগিক সংখ্যা নয়।

$m = 6$ হলে $(6^2+3\times 6+1) = 55$, যা যৌগিক সংখ্যা।

$\therefore m = 6$ হলে প্রদত্ত রাশির বর্গমূল একটি যৌগিক সংখ্যা।

Ans. 6

4. n একটি বিজোড় স্বাভাবিক সংখ্যা হলে, $n = 2x-1$. যেখানে $x \in \mathbb{N}$

ক. স্বাভাবিক সংখ্যা কী?

খ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।

গ. দেখাও যে, প্রদত্ত সংখ্যার বর্গকে ৪ দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে ভাগশেষ 1 হবে।

সমাধান:

(ক) $1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots$ ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে স্বাভাবিক সংখ্যা বা ধনাত্মক অখণ্ড সংখ্যা বলে। স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে $\mathbb{N}$ দ্বারা। প্রকাশ করা হয়।

অর্থাৎ, $\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \ldots\ldots\ldots\}$

(খ) মনে করি, $2x - 1$ একটি বিজোড় পূর্ণসংখ্যা, যেখানে $x \in \mathbb{N}$.

তাহলে $(2x - 1)$ এর বর্গ $= (2x-1)^2$

$$= (2x)^2 - 2.2x \cdot 1 + (1)^2$$

$$= 4x^2 - 4x + 1$$

$$= 4x(x-1) + 1$$

$$= 2.2x\,(x-1) + 1$$

যেহেতু $x \in \mathbb{N}$ সুতরাং $2.2x(x - 1)$ একটি জোড় সংখ্যা।

$\therefore 2.2x(x - 1) + 1$ সংখ্যাটি বিজোড়।

সুতরাং, $2x - 1$ $(x \in \mathbb{N})$ এর বর্গ একটি বিজোড় সংখ্যা।

(দেখানো হলো)

(গ) এখানে $(2x - 1)$ এর বর্গ $= (2x-1)^2$

$$= (2x)^2 - 2.2x \cdot 1 + (1)^2$$

$$= 4x^2 - 4x + 1$$

$$= 4x(x-1) + 1$$

এখানে, x এবং $(x - 1)$ দুটি ক্রমিক স্বাভাবিক সংখ্যা। সুতরাং এদের যে কোন একটি অবশ্যই জোড় সংখ্যা হবে। এদের গুণফলও জোড়সংখ্যা হবে।

$\therefore$ $x(x - 1)$, 2 দ্বারা বিভাজ্য।

$4x(x - 1), 4 \times 2 = 8$ দ্বারা বিভাজ্য।

সুতরাং $4x(x - 1) + 1$ কে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 1 অবশিষ্ট থাকবে।

$\therefore$ $(2x - 1)$ এর বর্গকে 8 দ্বারা ভাগ করলে প্রতিক্ষেত্রে 1 অবশিষ্ট থাকবে।

(দেখানো হলো)

নিজে কর

1. i. $x = \frac{1}{\sqrt{2}} + \sqrt{3}$ ii. $y = \frac{7+\sqrt{11}}{7-\sqrt{11}}$

ক. (i) হতে x এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত বের কর।

খ. (ii) হতে y এর মান তিন দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর এবং x ও y এর মাঝে দুইটি মূলদ সংখ্যা বের কর।

গ. (ii) x ও y এর মাঝে একটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় কর।

2. $\sqrt{3}$ এবং $\sqrt{5}$ দুটি অমূলদ সংখ্যা।

ক. অমূলদ সংখ্যা কাকে বলে?

খ. প্রমাণ কর যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

গ. $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}$ এর মান চার দশমিক স্থান পর্যন্ত নির্ণয় কর।

3. $(3.\dot{4} - 2.1\dot{3}) + (42.\dot{1}\dot{8} \times 0.2\dot{8}) \div (1.\dot{1}8\dot{5} \div 0.\dot{2}\dot{4})$

ক. প্রদত্ত রাশিমালার ২য় অংশের দুইটি ভগ্নাংশ কে সমান্য ভগ্নাংশে পরিণত কর।

খ. রাশিমালাটির প্রথম অংশের মান বের করে তার সাথে তৃতীয় অংশের মান যোগ কর।

গ. প্রদত্ত রাশিমালার মান বের কর।

বহুনির্বাচনী (MCQ)

(1) 2,3,5,7 ইত্যাদি সংখ্যাগুলোকে কোন সংখ্যা বলে ?

(ক) যৌগিক সংখ্যা (খ) মৌলিক সংখ্যা

(গ) স্বাভাবিক বিজোড় সংখ্যা (ঘ) অমূলদ সংখ্যা **উত্তর: খ**

ব্যাখ্যা: $2, 3, 5, 7$ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেকটির 1 এবং উক্ত সংখ্যা ছাড়া অন্য কোনো গুণনীক নেই। তাই এগুলোকে মৌলিকসংখ্যা বলে।

যৌগিক সংখ্যা: যে সংখ্যাগুলোর 1 ও ঐ সংখ্যা ব্যতীত অন্য যেকোনো একটি গুণনীয়ক থাকে তাদেরকে যৌগিক সংখ্যা বলে।

স্বাভাবিক সংখ্যা: সকল ধনাত্বক অখন্ড সংখ্যাকে স্বাভাবিক সংখ্যা বলে।

অমূলদ সংখ্যা: যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$ সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়।

(2) নিচের কোনগুলো যৌগিক সংখ্যা?

(ক) $1, 3, 5, 7$ (খ) $1, 2, 3, 4, 5$

(গ) $4, 6, 8, 9$ (ঘ) $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ **উত্তর: গ**

(3) নিচের কোনটি মৌলিক সংখ্যা?

(ক)8 (খ) 15 (গ) 21 (ঘ) 37 **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: উপরের ১ নং প্রশ্নের ব্যাখ্যায় দেখুন।

37 সংখ্যাটির 1 ও 37 ব্যাতীত অন্য কোনো গুণনীয়ক নেই।

সুতরাং 37 মৌলিক সংখ্যা।

(4) নিচের কোনটি ব্যাতিক্রম ?

(ক) 8 (খ) 6 (গ) 10 (ঘ) 2 **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: $2, 6, 8, 10$ সংখ্যাগুলোর প্রত্যেক জোড় স্বাভাবিক সংখ্যা কিন্তু এদের মধ্যে 2 হলো মৌলিক সংখ্যা। বাকি গুলো যৌগিক সংখ্যা।

(5) নিচের কোন মৌলিক সংখ্যাটি ব্যাতিক্রম ?

(ক) 2 (খ) 3 (গ) 5 (ঘ) 7 **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: 2 হলো একমাত্র জোড় মৌলিক সংখ্যা। বাকি সব মৌলিক সংখ্যাই বিজোড়।

(6) নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা ?

(ক) $\sqrt{2}$ (খ) 2 (গ) $\frac{5}{3}$ (ঘ) -3 **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{2}$ একটি অমূলদ সংখ্যা, কারণ $\sqrt{2} = 1.414213 \ldots \ldots$

যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যাবেনা এবং যা পৌন:পুনিক নয়।

2 স্বাভাবিক বা ধনাত্বক অখন্ড সংখ্যা।

$\frac{5}{3}$ মূলদ কারণ এটি $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশিত যেখানে $p = 5, q = 3$ উভয় পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$.

-3 একটি ঋণাত্বক পূর্ণসংখ্যা।

(7) নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা ?

(ক)$\sqrt{7}$ (খ) $\frac{5}{3}$ (গ)$\sqrt{6}$ (ঘ) $\sqrt{8}$ **উত্তর: খ**

(8) $\frac{-1}{2}, -\sqrt{3}, -5.63$ সংখ্যা গুলো কোন ধরনের?

(ক) অঋণাত্বক সংখ্যা (খ) ধনাত্বক সংখ্যা (গ) স্বাভাবিক সংখ্যা (ঘ) ঋনাত্বক সংখ্যা **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: শূন্য অপেক্ষা ছোট সকল বাস্তব সংখ্যাকে ঋণাত্বক সংখ্যা বলা হয়। যেহেতু এতে শূন্য নেই এরা ঋণাত্বক সংখ্যা।

(9) নিচের কোন দশমিক ভগ্নাংশ গুলো সদৃশ?

(ক) $3.83, 3.8$ (খ) $0.\dot{5}2\dot{9}, 0.628\dot{4}$ (গ) $12.3\dot{4}$, $12.6\dot{8}$ (ঘ) $20, 0.2$ **উত্তর: গ**

ব্যাখ্যা: যেহেতু $12.3\dot{4}$ এবং $12.6\dot{8}$ ভগ্নাংশদ্বয়ের দশমিকের পরে আবৃত্ত ও অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা সমান সুতরাং 12.34 এবং 12.68 দশমিক ভগ্নাংশগুলো সদৃশ।

(10) $3.7\dot{8}$ কে সামান্য ভগ্নাংশে প্রকাশ করালে নিচের কোনটি হবে?

(ক)$3\frac{70}{99}$ (খ)$\frac{2}{15}$ (গ)$\frac{71}{90}$ (ঘ) $3\frac{71}{90}$ **উত্তর: ঘ**

(11) $0.\dot{3} \times 0.\dot{6} =$ কত?

(ক) $0.\dot{2}$ (খ) $0.\dot{4}$ (গ) $0.\dot{5}$ (ঘ)$0.\dot{6}$ **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: $0.\dot{3} \times 0.\dot{6} = \left(\frac{3-0}{9}\right) \times \left(\frac{6-0}{9}\right) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{9}$

$= 0.2222 \ldots \ldots \ldots = 0.\dot{2}$

(12) 1.1 এবং 1.11 এর মাঝের সংখ্যা কোনটি ?

(ক) 1.1101 (খ)1.002 (গ)1.12 (ঘ) 1.1001 **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: $1.1101 > 1.11, 1.002 < 1.1, 1.12 > 1.11$ এবং $1.1 < 1.1001 < 1.11$

(13) বাস্তব সংখ্যার সেটকে কি দ্বারা প্রকাশ করা হয় ?

(ক) N (খ) R (গ) Q (ঘ) Z **উত্তর: খ**

(14) স্বাভাবিক সংখ্যার সেটকে কি দ্বারা প্রকাশ করা হয় ?

(ক) N (খ) R (গ) Z (ঘ) Q **উত্তর: ক**

(15) $n \epsilon N$ এর জন্য কোনটি সর্বদাই বিজোড় সংখ্যা

(ক) $n + 2$ (খ)$n + 1$ (গ) $2n + 1$ (ঘ) $2n$ **উত্তর: গ**

ব্যাখ্যা: $n \epsilon N$ যেখানে N স্বাভাবিক সংখ্যা।

এখন, n জোড় বা বিজোড় যাই হোক $2n$ সর্বদা জোড় সংখ্যা।

$\therefore 2n + 1$ সর্বদাই বিজোড় সংখ্যা।

(16) দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যার গুণফল কত দ্বারা বিভাজ্য ?

(ক) 7 (খ) 5 (গ) 6 (ঘ) 8 **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: উপপাদ্য: দুইটি ক্রমিক জোড় সংখ্যা গুণফল সর্বদাই 8 দ্বারা বিভাজ্য যেমন: $4 \times 6 = 24, 8 \times 10 = 80, 20 \times 22 = 440 \dots \dots \dots .24, 80, 440$ এরা প্রত্যেকে 8 দ্বারা বিভাজ্য।

(17) নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা ?

(ক) 0.5 (খ) $\frac{-3}{5}$ (গ) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $\sqrt{72}$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: $0.5 = \frac{1}{2}, \frac{-3}{5}, \frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{8}{2}} = \sqrt{4} = 2 = \frac{2}{1}$ এরা প্রত্যেকে $\frac{p}{q}$ আকারের যেখানে p, q পূর্ণসংখ্যা ও $q \neq 0$ সুতরাং $0.5, \frac{-3}{5}$ ও $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{2}}$ প্রত্যেকে মূলদ সংখ্যা। কিন্তু $\sqrt{72} = \sqrt{36 \times 2} = 6\sqrt{2}$ যা অমূলদ সংখ্যা।

(18) চারটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফলের সাথে কত যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে ?

(ক) 1 (খ) 2 (গ) 3 (ঘ) 0 **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: চারটি ক্রমিক সংখ্যার গুণফলের সাথে 1 যোগ করলে যোগফল পূর্ণবর্গ সংখ্যা হবে।

যেমন: $1 \times 2 \times 3 \times 4 + 1 = 25$ যা পূর্ণবর্গ।

(19) নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ?

(ক) 0.10 (খ) 0.90 (গ) 1.0 (ঘ) 1.10 **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: অপ্রকৃত ভগ্নাংশ দশমিক রূপান্তর করলে তা অবশ্যই 1 অপেক্ষা বড় হবে।

(20) $3\frac{2}{3}$ এর আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ নিচের কোনটি ?

(ক) $0.\dot{1}\dot{6}$ (খ) $0.\dot{6}\dot{3}$ (গ) $3.\dot{6}$ (ঘ) $3.5\dot{3}$ **উত্তর: গ**

ব্যাখ্যা: $3\frac{2}{3} = \frac{11}{3} = 3.666 \ldots = 3.\dot{6}$

(21) নিচের কোনটি প্রকৃত ভগ্নাংশ ?

(ক) $\frac{1}{2}$ (খ) $\frac{25}{7}$ (গ) $1\frac{1}{2}$ (ঘ) $2\frac{1}{2}$ **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: যে ভগ্নাংশের লব ছোট হর বড় তাকে প্রকৃত ভগ্নাংশ বলে।

$\therefore \frac{1}{2}$ প্রকৃত ভগ্নাংশ।

জেনে নাও: প্রকৃত ভগ্নাংশের মান সর্বদা 1 থেকে ছোট।

(22) $0.\dot{3}$ কে $0.\dot{6}$ দ্বারা ভাগ করলে নিচের কোনটি পাওয়া যায় ?

(ক) 0.6 (খ) 1.2 (গ) 0.5 (ঘ) 1.3 **উত্তর: গ**

ব্যাখ্যা: $0.\dot{3} \div 0.\dot{6} = \left(\frac{3-0}{9}\right) \div \left(\frac{6-0}{9}\right) = \frac{1}{3} \div \frac{2}{3} = \frac{1}{3} \times \frac{3}{2} = \frac{1}{2} = 0.5$

(23) a, b, c বাস্তব সংখ্যা $a < b$ এবং $c < 0$ হলে, নিচের কোনটি সঠিক?

(ক) $ac = bc$ (খ) $ac > bc$ (গ) $ac < bc$ (ঘ) $ac \ngtr bc$ **উত্তর: খ**

ব্যাখ্যা: a, b, c বাস্তব সংখ্যা, $a < b$ এবং $c < 0$ হলে $ac > bc$ কারণ যেকোনো অসমতাকে ঋণাত্বক সংখ্যা দ্বারা গুণ বা ভাগ করলে এর দিক পালটে যায়।

(24) নিচের কোনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ ?

(ক) $1.4142135 \ldots \ldots$ (খ) $2.1356124 \ldots \ldots$ (গ) $2.282471 \ldots \ldots$ (ঘ) $5.12765765 \ldots \ldots$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: আবৃত্ত দশমিকে দশমিক চিহ্নের ডানদিকের অঙ্কগুলোর বা অংশ বিশেষ বারবার থাকবে। এক্ষেত্রে $5.12765765 \ldots \ldots = 5.12\dot{7}6\dot{5}$

(25) সকল পূর্ণ এবং ভগ্নাংশ সংখ্যাকে বলা হয় --

(ক) অমূলদ সংখ্যা (খ) মূলদ সংখ্যা (গ) স্বাভাবিক সংখ্যা (ঘ) অঋণাত্বক সংখ্যা **উত্তর: খ**

ব্যাখ্যা: সকল পূর্ণ সংখ্যা এবং ভগ্নাংশ মূলদ সংখ্যার অন্তর্ভূক্ত।

(26) স্বাভাবিক সংখ্যা সেটের ক্ষুদ্রতম সদস্য কোনটি ?

(ক) -1 (খ) 0 (গ) 1 (ঘ) $-\infty$ **উত্তর: গ**

ব্যাখ্যা: স্বাভাবিক সংখ্যার সেট $N = \{1, 2, 3 \ldots \ldots\}$ এর ক্ষুদ্রতম উপাদান হলো 1।

(27) কোনটি স্বাভাবিক সংখ্যা ?

(ক) -1 (খ) $\sqrt{2}$ (গ) $\frac{5}{2}$ (ঘ) 3 **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: পূর্বের প্রশ্নের ব্যাখ্যায় দেখুন।

(28) সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যাকে কি বলে ?

(ক) স্বাভাবিক সংখ্যা (খ) মৌলিক সংখ্যা (গ) পূর্নসংখ্যা (ঘ) বাস্তব সংখ্যা **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: বাস্তব সংখ্যাকে প্রথমত মূলদ ও অমূলদ দুই শ্রেণিতে ভাগ করা যায়। অর্থাৎ সকল মূলদ ও অমূলদ সংখ্যা বাস্তব সংখ্যার অন্তর্গত।

(29) নিচের কোনটিতে সবগুলো সংখ্যাই পূর্ণসংখ্যা ?

(ক) $-3,-2,0,1,2$ (খ) $1,\frac{1}{2},4,3,5$ (গ) $\sqrt{3},1,0,3,6$ (ঘ) $6.5,3.2,1,0$ **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: পূর্ণসংখ্যার সেট, $Z = \{\dots\dots -3,-2,0,1,2,3,\dots\dots\}$

(30) $\frac{7}{12}$ কোন ধরনের সংখ্যা ?

(ক)মূলদ (খ)অমূলদ (গ)স্বাভাবিক (ঘ) জটিল **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: $\frac{7}{12} = 0.5833333\ \dots\dots = 0.58\dot{3}$; যা একটি আবৃত্ত দশমিক সংখ্যা। তাই $\frac{7}{12}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

(31) নিচের কোনটি অপ্রকৃত ভগ্নাংশ ?

(ক) $\frac{9}{4},\frac{11}{2}$ (খ) $\frac{7}{9},\frac{5}{11}$ (গ) $4,6,9$ (ঘ) 0.5 **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: অপ্রকৃত ভগ্নাংশ: যে ভগ্নাংশের লব হর অপেক্ষা বড় তাকে অপ্রকৃত ভগ্নাংশ বলে।
এখানে (ক) অপশনে প্রদত্ত ভগ্নাংশগুলো লব হর অপেক্ষা বড় হওয়ায় এগুলো অপ্রকৃত ভগাংশ।

জেনে রাখা ভালো: $\frac{9}{4}$ = ← লব ← হর

(32) নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা ?

(ক)$2\sqrt{3}$ (খ)$\sqrt{7}$ (গ)$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

মুলদ সংখ্যা: $\frac{p}{q}$ আকারের কোন সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়।যেখানে, p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$।

- সকল পূর্ণসংখ্যা (স্বাভাবিক সংখ্যা, শূন্য, ঋণাত্মক পূর্ণসংখ্যা)-ই মূলদ সংখ্যা।
- সকল ভগ্নাংশই মূলদ সংখ্যা।

• সসীম দশমিক ও আবৃত দশমিক সব ভগ্নাংশ-ই মূলদ সংখ্যা।
• মূলদ সংখ্যাকে সহ মৌলিক সংখ্যার অনুপাত হিসাবে প্রকাশ করা যায়।

অমূলদ সংখ্যা: যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p ও q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$; তাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়।

• পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যে কোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল কিংবা তার ভগ্নাংশ একটি অমূলদ সংখ্যা।
• অসীম দশমিক ভগ্নাংশ গুলো অমূলদ সংখ্যা।
• কোনো অমূলদ সংখ্যাকে দুটি সংখ্যার অনুপাত হিসেবে প্রকাশ করা যায় না।

প্রশ্নের (ক) অপশন: $2\sqrt{3} = 3.4641016 \ldots \ldots$ যা একটি অসীম দশমিক সংখ্যা। যেহেতু সকল অসীম দশমিক সংখ্যাই অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু $2\sqrt{3}$ অমূলদ সংখ্যা।

প্রশ্নের (খ) অপশন: $\sqrt{7} = 2.6457513 \ldots \ldots$ যা একটি অসীম দশমিক সংখ্যা। যেহেতু সকল অসীম দশমিক সংখ্যাই অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু $\sqrt{7}$ অমূলদ সংখ্যা।

প্রশ্নের (গ) অপশন: $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} = 1,2247448 \ldots \ldots$ যা একটি অসীম দশমিক সংখ্যা। যেহেতু সকল অসীম দশমিক সংখ্যাই অমূলদ সংখ্যা, সেহেতু $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$ অমূলদ সংখ্যা।

প্রশ্নের (ঘ) অপশন: $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4\times3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \sqrt{4} = 2$ যা একটি পূর্ণসংখ্যা। যেহেতু সকল পূর্ণসংখ্যাই মূলদ সংখ্যা তাই $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

(33) নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা ?

(ক) $\sqrt{11}$ (খ) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (গ) $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$ (ঘ)$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{11} = 3.3166 \ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা।

$\frac{\sqrt{6}}{3} = 0.81649 \ldots$ যা অসীম দশমিক সংখ্যা। তাই $\frac{\sqrt{6}}{3}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

$\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}} = 1.06904 \ldots$ যা অসীম দশমিক সংখ্যা। তাই $\frac{\sqrt{8}}{\sqrt{7}}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

$\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}} = \frac{\sqrt{9\times3}}{\sqrt{16\times3}} = \frac{3\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = \frac{3}{4}$ যা দুটি পূর্ণসংখ্যার অনুপাত তাই $\frac{\sqrt{27}}{\sqrt{48}}$ একটি মূলদ সংখ্যা।

(34) নিচের কোনটি অমূলদ সংখ্যা ?

(ক)4 (খ) $\sqrt{\frac{16}{9}}$ (গ) $\sqrt[3]{\frac{64}{8}}$ (ঘ)$\frac{3}{\sqrt{2}}$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: 4 যা মূলদ সংখ্যা।

$\sqrt{\frac{16}{9}} = \frac{4}{3}$, যা মূলদ সংখ্যা।

$\sqrt[3]{\frac{64}{8}} = \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2}$

$= \sqrt[3]{2^3}$

$= 2^{3 \times \frac{1}{3}}$

$= 2^1 = 2$; যা পূর্ণ সংখ্যা অর্থাৎ মূলদ সংখ্যা।

$\frac{3}{\sqrt{2}} = 2.12132 \ldots \ldots \ldots \ldots \ldots$, যা অমূলদ সংখ্যা।

বিস্তারিত জানতে 33 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখুন।

(35) নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা ?

(ক) $\sqrt{729}$ (খ) $\sqrt{11}$ (গ) $\frac{\sqrt{7}}{3}$ (ঘ) $3.2354678 \ldots \ldots$ **উত্তর: ক**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{729} = 27$ যা পূর্ণ সংখ্যা অর্থাৎ মূলদ সংখ্যা।

$\sqrt{11} = 3.3166 \ldots \ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা

$\frac{\sqrt{7}}{3} = 0.8819 \ldots \ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা

$3.2354678 \ldots \ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা

বিস্তারিত জানতে 33 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখুন।

(36) নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা ?

(ক) $\sqrt{5}$ (খ) $\sqrt[3]{8}$ (গ) $\sqrt{3}$ (ঘ) $\sqrt[3]{7}$ **উত্তর: খ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{5} = 2.23606 \ldots \ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা

$\sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2} = \sqrt[3]{2^3} = 2^{3 \times \frac{1}{3}} = 2^1 = 2$, যা পূর্ণ সংখ্যা অর্থাৎ মূলদ সংখ্যা।

$\sqrt{3} = 1.73205 \ldots \ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা

$\sqrt[3]{7} = 1.91293 \ldots \ldots$ যা অমূলদ সংখ্যা

বিস্তারিত জানতে 33 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখুন।

(37) নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা ?

(ক) $\frac{\sqrt{12}}{3}$ (খ) $\frac{\sqrt{8}}{2}$ (গ) $\frac{5}{\sqrt{5}}$ (ঘ) $\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}}$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: এখানে,

$\frac{\sqrt{12}}{3} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$ যা অমূলদ সংখ্যা।

$\frac{\sqrt{8}}{2} = \frac{\sqrt{4\times2}}{2} = \frac{\sqrt{4}\times\sqrt{2}}{2} = \frac{2\times\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$; যা একটি অমূলদ সংখ্যা

$\frac{5}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$ যা অমূলদ সংখ্যা

$\frac{\sqrt{18}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2\times9}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 3$; যা একটি মূলদ সংখ্যা।

বিস্তারিত জানতে 33 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখুন।

(38) নিচের কোনটি মূলদ সংখ্যা ?

(ক) $\sqrt{0.4}$ (খ) $\sqrt{0.9}$ (গ) $\sqrt{0.04}$ (ঘ) $\sqrt{0.025}$ **উত্তর: গ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{0.4} = 0.63245 \ldots \ldots$ অর্থাৎ অমূলদ সংখ্যা।

$\sqrt{0.9} = 0.94868 \ldots \ldots$ অর্থাৎ অমূলদ সংখ্যা

$\sqrt{0.04} = 0.2 = \frac{1}{5}$; অর্থাৎ মূলদ সংখ্যা

$\sqrt{0.025} = 0.15811 \ldots \ldots$ অর্থাৎ অমূলদ সংখ্যা

বিস্তারিত জানতে 33 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখুন।

(39) মূলদ সংখ্যা কোনটি ?

(ক) $\sqrt{13}$ (খ)$\sqrt{14}$ (গ)$\sqrt{15}$ (ঘ)$\sqrt{16}$ **উত্তর: ঘ**

ব্যাখ্যা: $\sqrt{13} = 3.6055 \ldots \ldots$ যা একটি অমূলদ সংখ্যা

$\sqrt{14} = 3.74165 \ldots \ldots$ যা একটি অমূলদ সংখ্যা

$\sqrt{15} = 3.8729$; যা একটি অমূলদ সংখ্যা

$\sqrt{16} = 4$ যা স্বাভাবিক অর্থাৎ মূলদ সংখ্যা

বিস্তারিত জানতে 33 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখুন।

(40) $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}}$ কী ধরনের সংখ্যা ?

(ক)অমূলদ (খ)মূলদ (গ)মৌলিক সংখ্যা (ঘ)যৌগিক সংখ্যা **উত্তর: খ**

ব্যাখ্যা: $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{18}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2.9}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}\cdot\sqrt{9}} = \frac{1}{\sqrt{3^2}} = \frac{1}{3}$ যা মূলদ সংখ্যা

বিস্তারিত জানতে 33 নং প্রশ্নের ব্যাখ্যা দেখুন।

সৃজনশীল (CQ)

প্রশ্ন ১। ময়মনসিংহ গার্লস ক্যাডেট কলেজ।

$8.0\dot{4}, 0.\dot{3}9\dot{5}$ এবং $5.1\dot{3}0\dot{2}$ তিনটি আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ।

(ক) $0.\dot{3}9\dot{5}$ কে সাধারণ ভগ্নাংশে প্রকাশ কর।

(খ) ভগ্নাংশ তিনটিকে সদৃশ আবৃত্ত দশমিকে প্রকাশ কর এবং যোগ কর।

(গ) ভগ্নাংশ তিনটির গুণফল নির্ণয় কর।

সমাধান:

(ক) $0.\dot{3}9\dot{5} = \frac{395-3}{990} = \frac{392}{990} = \frac{196}{495}$

$\therefore$ নির্ণেয় সাধারণ ভগ্নাংশ $= 3.3$

(খ) $8.0\dot{4}, 0.\dot{3}9\dot{5}$ & $5.1\dot{3}0\dot{2}$ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ তিনটির প্রত্যেকটিতে অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা যথাক্রমে 1, 2 ও 3 এর ল.সা.গু. 6। সুতরাং প্রত্যেকটি সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশের অনাবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 1 এবং আবৃত্ত অংশের অঙ্ক সংখ্যা হবে 6।

$\therefore 8.0\dot{4} = 8.0\dot{4}4444\dot{4}$

$0.\dot{3}9\dot{5} = 0.\dot{3}95959\dot{5}$

এবং $5.1\dot{3}0\dot{3} = 5.1\dot{3}0230\dot{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় সদৃশ আবৃত্ত দশমিক ভগ্নাংশ যথাক্রমে $8.0\dot{4}4444\dot{4}$, $0.\dot{3}95959\dot{5}$ এবং $5.1\dot{3}0230\dot{2}$ [Ans.]

এখন, 8.04 = $8.0\dot{4}4444\dot{4}$

0.395 = $0.\dot{3}95959\dot{5}$

5.1302 = $5.1\dot{3}0230\dot{2}$

$13:5\dot{7}06341$ [$4+9+\ 3-16$ এখানে হাতের 1, 16 এর 1 যোগ করা হয়েছে]

+1

$13.5\dot{7}0634\dot{2}$

$\therefore$ নির্ণেয় যোগফল $13.5\dot{7}0634\dot{2}$ [Ans.]

(গ) $8.0\dot{4} = \frac{804-80}{90} = \frac{724}{90} = \frac{362}{45}$

$5.1\dot{3}0\dot{2} = \frac{51302-51}{9990} = \frac{51251}{9990}$

ক.হতে প্রাপ্ত, $0.\dot{3}9\dot{5} = \frac{196}{495}$

$\therefore 8.0\dot{4} \times 0.\dot{3}9\dot{5} \times 5{,}1\dot{3}0\dot{2} = \frac{362}{45} \times \frac{196}{495} \times \frac{51251}{9990} = 16.341$(প্রায়)

$\therefore$ নির্ণেয় গুণফল 16.341 (প্রায়) [Ans.]

প্রশ্ন ২। মোহাম্মদপুর সরকারি উচ্চ বিদ্যালয়, ঢাকা।

$\sqrt{5}$ এবং $\sqrt{11}$ দুইটি বাস্তব সংখ্যা আবার তারা অমূলদ সংখ্যা।

(ক) অমূলদ সংখ্যার সংজ্ঞা দাও।

(খ) $\sqrt{5}$ এবং $\sqrt{11}$ এর মধ্যে একটি অমূলদ এবং একটি মূলদ সংখ্যা নির্ণয় করো।

(গ) প্রমাণ করো যে, $\sqrt{11}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান:

(ক) অমূলদ সংখ্যা: যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায় না, যেখানে p,q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে অমূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ: $\sqrt{3}, \frac{\sqrt{7}}{2}, 1.870828693$ ....ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা।

(খ) এখানে, $\sqrt{5} = 2.236067......$ এবং $\sqrt{11} = 3.31662479.......$

মনে করি, $a = 2.7$

এবং $b = 3.2020020002 \ldots \ldots.$

স্পষ্টত: a ও b দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় ও $\sqrt{11}$ অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ, $\sqrt{5} < a < \sqrt{11}$ এবং $\sqrt{5} < b < \sqrt{11}$

আবার, a কে সাধারণ ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায়। কিন্তু b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a মূলদ সংখ্যা এবং b অমূলদ সংখ্যা। [Ans.]

(গ) যদি $\sqrt{11}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে ধরি, $\sqrt{11} = \frac{p}{q}$

[যেখানে, p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]

বা, $11 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

অর্থাৎ $11q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকেq দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত, $11q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং q > 1।

$\therefore$ $11q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $11q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{11}$ কে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যাবে না, , অর্থাৎ $\sqrt{11} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{11}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

প্রশ্ন ৩। ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ , দিনাজপুর।

$\sqrt{3}$ এবং 3 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

(ক) মূলদ সংখ্যার সংজ্ঞা দাও।

(খ) প্রমাণ করো যে, $\sqrt{19}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

(গ) $\sqrt{2}$ এবং $\sqrt{3}$ এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করো।

সমাধান:

(ক) মূলদ সংখ্যা: যে সংখ্যাকে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যায়, যেখানে p,q পূর্ণসংখ্যা এবং $q \neq 0$, সে সংখ্যাকে মূলদ সংখ্যা বলা হয়। পূর্ণবর্গ নয় এরূপ যেকোনো স্বাভাবিক সংখ্যার বর্গমূল একটি অমূলদ সংখ্যা।

উদাহরণ: $3, \frac{11}{2} = 5.5, \frac{5}{3} = 1.66$ ....ইত্যাদি অমূলদ সংখ্যা।

(খ) যদি $\sqrt{19}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে ধরি, $\sqrt{19} = \frac{P}{q}$

[যেখানে, p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]

বা, $19 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

অর্থাৎ $19q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকেq দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত, $19q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং q > 1।

$\therefore$ $19q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $19q \neq \frac{p^2}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{19}$ কে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যাবে না, , অর্থাৎ $\sqrt{19} \neq \frac{p}{q}$

$\therefore$ $\sqrt{19}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)

(গ) এখানে, $\sqrt{2} = 1,4142135.....$

এবং $\sqrt{3} = 1,7320508.......$

মনে করি, $a = 1.5050050005 \ldots.$

এবং $b = 1.6060060006 \ldots \ldots.$

স্পষ্টত: a ও b দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{2}$ অপেক্ষা বড় ও $\sqrt{3}$ অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ, $\sqrt{2} < a < \sqrt{3}$

এবং $\sqrt{2} < b < \sqrt{3}$

আবার, a ও b কে সাধারণ ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

$\therefore$ a এবং b দুইটি অমূলদ সংখ্যা। [Ans.]

প্রশ্ন ৩। ক্যান্টনমেন্ট পাবলিক স্কুল এন্ড কলেজ , দিনাজপুর।

$\sqrt{5}$ এবং 4 দুইটি বাস্তব সংখ্যা।

(ক) মূলদ সংখ্যার সংজ্ঞা দাও।

(খ) $\sqrt{2}$ এবং 4 এর মধ্যে দুইটি অমূলদ সংখ্যা নির্ণয় করো।

(গ) প্রমাণ করো যে, $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা।

সমাধান:

(ক) পূর্ণ বর্গ নয় এরূপ সকল সংখ্যার বর্গমূল অমূলদ। যেহেতু 5 পূর্ণ বর্গ সংখ্যা নয়।

∴ $\sqrt{5}$ অমুলদ সংখা।

এবং 4 একটি স্বাভাবিক সংখ্যা এবং সকল স্বাভাবিক সংখ্যাই মূলদ।

∴ 4 মুলদ সংখ্যা।

(খ) এখানে, $\sqrt{5} = 2.236067......$ এবং 4

মনে করি, $a = \frac{\sqrt{5}+4}{2} = 3.118 \ ... \ ......$

এবং $b = \frac{\sqrt{5}+4+4}{3} = 3.412 \ .... \ ... \ ..$

স্পষ্টত: a ও b দুইটি বাস্তব সংখ্যা এবং উভয়ই $\sqrt{5}$ অপেক্ষা বড় ও 4 অপেক্ষা ছোট।

অর্থাৎ, $\sqrt{5} < a < 4$ এবং $\sqrt{5} < b < 4$

আবার, a ও b কে ভগ্নাংশ আকারে প্রকাশ করা যায় না।

∴ a এবং b অমূলদ সংখ্যা। [Ans.]

(গ) যদি $\sqrt{5}$ মূলদ সংখ্যা হয় তবে ধরি, $\sqrt{5} = \frac{P}{q}$

[যেখানে, p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা ও পরস্পর সহমৌলিক এবং $q > 1$]

বা, $5 = \frac{p^2}{q^2}$ [বর্গ করে]

অর্থাৎ $5q = \frac{p^2}{q}$ [উভয়পক্ষকেq দ্বারা গুণ করে]

স্পষ্টত, $5q$ পূর্ণসংখ্যা কিন্তু $\frac{p^2}{q}$ পূর্ণসংখ্যা নয়, কারণ p ও q স্বাভাবিক সংখ্যা, এরা পরস্পর সহমৌলিক এবং q > 1।

∴ $5q$ এবং $\frac{p^2}{q}$ সমান হতে পারে না, অর্থাৎ $5q \neq \frac{p^2}{q}$

∴ $\sqrt{5}$ কে $\frac{p}{q}$ আকারে প্রকাশ করা যাবে না, , অর্থাৎ $\sqrt{5} \neq \frac{p}{q}$

∴ $\sqrt{5}$ একটি অমূলদ সংখ্যা। (প্রমাণিত)